Lois de probabilité continues

Loi de probabilité continue (ou « à densité ») Il s'agit de la loi de probabilité d'une variable aléatoire X qui prend ses valeurs de façon continue dans un intervalle [a ;b]. Dans ce contexte, $P(X = k)$ n'a plus de sens, car cette quantité est nulle pour tout k.

En revanche, $P(c \leq X \leq d) = P(X \in [c; d])$, probabilité que X appartienne à l'intervalle $[c; d]$, a un sens.

Densité de probabilité Pour que f soit une densité de probabilité, il faut que :

1. f soit continue sur $[a; b]$
2. f soit positive sur $[a; b]$
3. $$\boxed{\int_a^b f(x)dx = 1}$$

Loi de probabilité continue à densité f

$$\boxed{P(c \leq X \leq d) = P\left(X \in [c; d]\right) = \int_c^d f(x)dx}$$

Loi uniforme sur $[a; b]$ C'est le cas où :

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{b-a}}$$

Dans ce cas, on a : $\boxed{P(c \leq X \leq d) = \frac{d-c}{b-a}}$ et : $\boxed{E(X) = \frac{a+b}{2}}$

Loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0; 1)$ d'espérance 0 et de variance 1 C'est le cas où :

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{x^2}{2}}}$$

Retenir que :

$$\boxed{P(-1,96 \leq X \leq 1,96) \simeq 0,95)}$$

Loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ d'espérance μ et de variance σ^2 Dire que X suit $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ revient à dire que $\dfrac{X-\mu}{\sigma}$ suit $\mathcal{N}(0; 1)$.

La loi normale est une approximation de la loi binomiale d'espérance $\mu = np$ et de variance $\sigma^2 = np(1-p)$ lorsque n est grand. On retiendra :

$$\boxed{P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \simeq 0,68)}$$

$$\boxed{P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \simeq 0,95)}$$

$$\boxed{P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \simeq 0,99)}$$